# РЕКОНСТРУКЦИЯ МИНИМУМА ДАЛЬТОНА ПО 150-ЛЕТНЕЙ ГАРМОНИКЕ И ХАРАКТЕРИСТИКАМ ЦИКЛОВ ДОСТОВЕРНОГО РЯДА ЧИСЕЛ ВОЛЬФА

## Игорь Шибаев

ИЗМИРАН, Троицк, Россия e-mail: ishib@izmiran.ru

Ключевые слова: Числа Вольфа, спектральный анализ, преобразование Гильберта.

Аннотация: Экстраполяция длиннопериодных компонент достоверного ряда чисел Вольфа на внешний временной интервал дает возможность для реконструкции или прогнозирования временной динамики ряда. Дополняя это статистическими характеристиками достоверных циклов и их амплитудно-временными соотношениями проведена реконструкция минимума Дальтона.

# RECONSTRUCTION OF THE DALTON MINIMUM USING THE 150-YEAR HARMONIC AND CHARACTERISTICS OF RELIABLE SERIES OF WOLF NUMBERS

# Igor Shibaev

IZMIRAN, Troitsk, Moscow, Russia e-mail: ishib@izmiran.ru

Keywords: Wolf's numbers, spectral analysis, Gilbert's transformation.

**Abstract:** Reconstruction of Dalton's minimum with use the long-period component and the statistical characteristics of cycles of reliable series of Wolf numbers is carried out.

### Введение

При наличии достоверной информации (данных), на достаточно длительных пространственных или временных интервалах, возникает естественный вопрос о переносе (продлении) наиболее устойчивых и регулярных её признаков на внешний интервал. Т.е. экстраполяция этих свойств для пространственной зависимости и коррекция / прогнозирование в случае временной зависимости.

Интерес к традиционным индексам солнечной активности только возрастает. Мотивация этого, подробно изложенная в обзоре [1], актуальна и сейчас. Цюрихский ряд среднемесячных чисел Вольфа является наиболее представительным и широко используется в различных приложениях. Он включает достоверный ряд Wtool (регулярные инструментальные наблюдения с 1849 г. по настоящее время) и восстановленный ряд Wrest (с 1749 г. по 1849 г.). Свойства достоверного ряда, в первую очередь наличие длиннопериодной ~150 летней гармоники, служат основой для коррекции восстановленного ряда. Впервые это было использовано в работе [2] при рассмотрении достоверного ряда до 2005 г.

В данной работе анализируется ежемесячный ряд чисел Вольфа (W) в старой системе представления (www.sidc.be/silso/datafiles) вплоть до мая 2015 г., обзор которого дан на Рис. Зс. Используемые подходы и методы анализа, опирающиеся на гладкость соответствующих компонент, следуют публикации [3], в которой показаны существенные отличия в поведении достоверного и восстановленного рядов. Также разнятся статистические свойств циклов достоверного и восстановленного рядов, что отмечено в работе [4].

Работа также опирается на ряд чисел Вольфа, усредненный по 13 месяцам – W\*. Напомним, что табличные характеристики циклов (максимальное значение, длительность цикла и длительность ветви роста) определяются по ряду W\*.

### Интервальные оценки рядов

Для оценки близости свойств Wrest и Wtool разобьем, по единому правилу, ряд W на интервалы и вычислим их параметры. Будем опираться на интервалы между явными минимумами для ряда W\*, что соответствует циклам. Сопоставим общие характеристики циклов рядов Wrest и Wtool, т. е. групп циклов I ÷ IX и X ÷ XXIII. В таблице представлены среднее (mean), корень из дисперсии (σ½) и их отношение, вычисленные по группам, для максимальных значений циклов Wm, их длительностей Tc и ветвей роста Tm. Видно, что временные (Tc, Tm) параметры второй группы значительно лучше. К этому добавим, что у циклов I, V и VII аномально длинные ветви роста – более половины цикла.

	mean I ÷ IX / X ÷ XXIII	$\sigma^{1/2}$ I ÷ IX / X ÷ XXIII	$\sigma^{1/2}$ / mean I ÷ IX / X ÷ XXIII
Tc	134.33 / 131.21	19.00 / 10.07	0.141 / 0.077
Tm	58.00 / 47.43	17.77 / 6.41	0.306 / 0.135
Wm	105.58 / 119.66	40.16 / 38.02	0.380 / 0.318

Получим связь параметров цикла исходя из упрощенной модели ветвей роста и спада (Рис. 1а). В переменных  $\beta$  и  $\beta$ m имеем Tc = 2Wmsin $\beta$ /(cos $\beta$ +cos( $\beta$  – 2 $\beta$ m)). Эмпирические зависимости этих углов от Wm с их аппроксимацией [5] для циклов X–XXIII показаны на Рис. 1b. Оценивая длительности всех циклов и сопоставляя их с табличными вычислим относительные погрешности (*Tc*-Tc)/Tc (Рис. 1c).



Рис. 1. (a) – упрощенная модель цикла ; (b) – эмпирическая зависимость β и βm от Wm ; (c) – относительные погрешности табличных и эмпирических длительностей циклов

Погрешность для большинства циклов вписалась в 10% интервал, значительно отклонилась оценка циклов II, IV ÷ VI. Сопоставление сумм табличных и расчетных длительностей для 14 циклов ряда Wtool даёт 1837 и 1830 месяцев, а для 9 циклов ряда Wrest имеем соответственно 1209 и 1339 месяцев. В рамках проведенного анализа циклы III, VIII и IX остались «вне критики». Некоторое представление о «качестве» циклов VIII и IX можно получить оценивая корреляционную связь между Tm и Wm для двух вариантов сопоставления выборок : (I ÷ IX) & (X ÷ XXIII) ; (I ÷ VII) & (VIII ÷ XXIII). Для малых выборок и при отсутствии нормального распределения исследуемых величин более эффективным считается критерий Ширахатэ (S. Shirahate). В первом случае, с доверительной вероятностью  $\alpha$ =0.95, признается отрицательная корреляция между Tm и Wm для обеих групп циклов. Во втором случае для циклов I ÷ VI эта связь фактически теряется, а для циклов VIII ÷ XXIII сохраняется, но ослабевает. Т. е. циклы VIII и IX улучшают качество циклов ряда Wrest и ухудшают для циклов ряда Wtool.

Критическое отношение к восстановленному ряду выражает ряд авторов в трудах симпозиума 1978 г. -- «Солнечно-земные связи, погода и климат» [6]. Попытка сбалансировать временные характеристики циклов ряда Wrest за счет «потерянного» цикла предпринята в работе [7]. Анализ фрактальных свойств ряда ширины годовых колец одиннадцати секвой представлен в работе [8]. Минимум Дальтона при данном подходе не проявился.

#### Временная динамика амплитуд основных спектральных компонент ряда Wtool

Исходя из характера спектра ряда Штоо, представленного на Рис. 2а, разумно разбить его на пять компонент Wtool = P1+P2+P3+P4+P5, спектральные интервалы которых соответствуют следующим временным периодам Т в годах : P1 => [24 < T] ; P2 => [6.8 < T < 24] ; P3 => [4.26 < T < 6.8]; P4 => [1.66 < T < 4.26]; P5 => [T < 1.66]. На рисунке отмечены основная частота f\* = 0.007812 1/мес (ей соответствует период T\* = 1 / f\* = 128.0 мес) и её кратные гармоники. Обзор ряда P1 и рядов P2 ÷ P3 с огибающими дан на Рис. 2b ÷ 2d. Следуя публикациям [2,3] отметим кратко смысл компонент Р1 ÷ Р5. Амплитуды циклов и их длительность фактически описываются суммой рядов P1 и P2, ряд P3 корректирует ветви роста и спада, а составляющая Р4 трансформирует гладкий рельеф циклов за счет квазидвухлеток. Возможно появление локальных максимумов, влияние на положение основного максимума и нечеткая выраженность конца цикла, приобретающего более индивидуальный характер. Высокочастотный остаток P5 включает годовую и 155-d гармоники. Т.е. временная динамика солнечных циклов описывается, в основном, рядами P1 ÷ P3, а "энергию" циклов дает их сумма P13=P1+P2+P3. Сопоставление ряда P13 с ежемесячным рядом чисел Вольфа, усредненным по 13 месяцам W\*, демонстрирует Рис. 2e. Видно хорошее совпадение представлений Р13 и W\* для ежемесячного ряда чисел Вольфа Wtool.

Огибающие (амплитуды) компонент P2 и P3 (A[P2(Wtool)] и A[P3(Wtool)]), представленные на Puc. 2c÷2d, получены применением преобразования Гильберта к рядам P2 и P3. Преобразование Гильберта [9], традиционно используемое в радиотехнике и акустике, позволяет снять неопределенность при нахождении огибающей и фазы узкополосного сигнала, а по их гладкости оценивать характер процесса. На компоненту P1 хорошо наложились средние значения циклов (Puc. 2b), которые нанесены в моменты середины (по времени) циклов. По аналогии с огибающими A[P2(Wtool)] и A[P3(Wtool)] для компонент P2 ÷ P3, можно трактовать P1, как огибающую средних значений циклов. Видна высокая степень подобия в характере поведения ряда P1(t) и огибающих компонент P2 и P3.



Рис. 2. Спектр ряда Wtool (a) и обзор его компонент P1÷P3 (b,c,d) ; сопоставление рядов W\* и P13 (e)

#### Длиннопериодные компоненты ряда Wtool, амплитудные и частотные свойства

Переход к медленно меняющимся функциям P1(Wtool), A[P2(Wtool)] и A[P3(Wtool)] позволяет сконструировать огибающую максимумов для циклов в представлениях P13 или W\* : A[P13]=P1+A[P2]+A[P3], а учет близости, в характере их поведения, установить простые взаимосвязи между ними. Зависимость огибающей максимумов циклов A[P13(Wtool)] от огибающей средних значений циклов P1(Wtool), с соответствующей аппроксимирующей функцией, представлены на Рис. За, что дает возможность оценивать амплитуды циклов при

экстраполяции их средних значений на внешнюю временную область. Это удобно делать при интерполировании P1 синусом (P1\_sin) с параметрами, определяемыми из максимума его корреляции с P1, при сканировании по частоте и фазе [3]. Результат интерполирования P1(Wtool) синусом демонстрирует Pис. 3b., где отображена и огибающая циклов A[P13(Wtool)]. Период синусоиды, в этом случае, равен 149 годам. При предыдущем анализе ряда, с 1849 г. по 2005 г., период равнялся 150 годам. Экстраполяция P1 sin на весь ряд отражена на Pис. 3c.

Кроме огибающих для компонент P2 и P3, используемых выше, преобразование Гильберта позволяет получить временную зависимость «мгновенных» частот в окрестности f\* и 2×f\*. В предыдущих публикациях отмечалось, что характеристика основной частоты f\* с её вариациями должна отразиться в поведении «мгновенной» частоты F[P2] и её минимумы совпасть с самыми продолжительными циклами 13, 11 и 20 [2,3]. Данный анализ, включающий полностью 23 цикл, должен выделить его, как самый продолжительный цикл. Представленная на Рис. 4 временная динамика «мгновенной» частоты F[P2] отражает «иерархию» циклов по длительности.



Рис. 3. (а) – связь огибающей максимумы циклов (А13) и огибающей средние значения циклов (Р1); (b) – интерполяция синусом огибающей средних значений циклов (Р1), огибающая максимумы А13; (c) – экстраполяция синуса на весь ряд



Рис. 4. «Мгновенная» частота окрестности основной гармоники

#### Заключение

Анализ более длинного достоверного ряда чисел Вольфа (с 1849 г. по май 2015 г.) подтвердил разумность предложенного подхода, который позволил выделить «огибающую» средних значений циклов ряда Wtool и подтвердил возможность её аппроксимации 150-летней гармоникой. При экстраполяция этой гармоники на временную область ряда W**rest** получено наложение её максимума на минимум Дальтона. Для амплитудных характеристик циклов VIII и IX отмечена их близость к характеру поведения достоверных циклов, что говорит о согласованности W и 150-летней гармоники на интервале более 180 лет.

#### Литература:

- 1. Иванов Холодный, Г. С., В. Е. Чертопруд. Солнечная активность // Исследование космического пространства 1990. Т. 33. С.3-99. (Итоги науки и техники. ВИНИТИ АН СССР)
- 2. Ишков, В. Н., И. Г. Шибаев. Циклы солнечной активнрсти: общие характеристики и современные границы прогнозирования // Известия РАН, серия физическая. 2006. Т. 70, № 10. С. 1439-1442.
- 3. Шибаев, И. Г. Оценка восстановленной части ряда чисел Вольфа и возможность её коррекции // Астрономический вестник, 2008, Т. 42, № 1. С. 66-74.
- Shibaev, I., V. Ishkov Investigation of the statistical characteristics of Wolf numbers reliable series: Signs of solar cycles likelihood // Proceedings of Seventh Scientific Conference with International Participation SES 2011, Sofia, Bulgaria, 29 November – 01 December 2011, p. 297--301, 2012.
- 5. Шибаев, И. Г. Эмпирическая оценка длительностей циклов по их амплитудным характеристикам // Солнечно-земная физика, 2008, Вып. 12, Т. 1. С. 58–59.
- 6. Solar-Terrestrial Influences on Weather and Climate // Proceeding of a Symposium, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 24-28 August 1978 // Dordrecht, Holland, 1979.
- 7. Usoskin, I. G., Mursula K., Kovaltsov G. A. The lost sunspot cycle: Reanalysis of sunspot statistics // A&A. 2003. V. 403. P. 743.
- 8. Отсука, К., Г. Корнелиссен, Ф. Халберг Хроном климатических измерений ширины древесных колец // Геофизические процессы и биосфера. 2009. Т. 8, № 1. С. 63–72.
- 9. Бендат ,Дж., А. Пирсол Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989. 540 с.